

# MOCNINNÉ A ODMOCNINNÉ FUNKCE

## 1.1. Sestroj grafy funkcí

a)  $f : y = (x-2)^3$

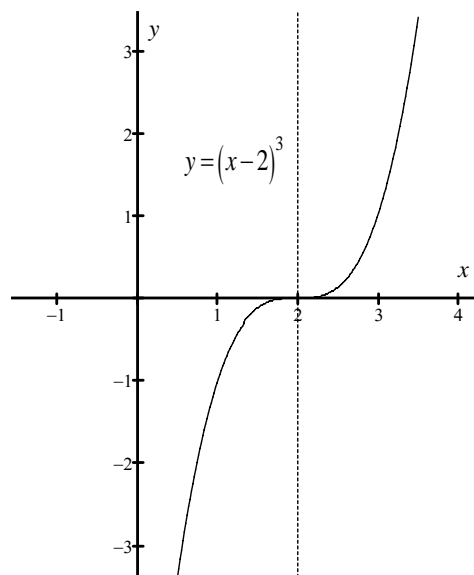
b)  $f : y = x^4 - 4$

c)  $f : y = (x+1)^5 + 1$

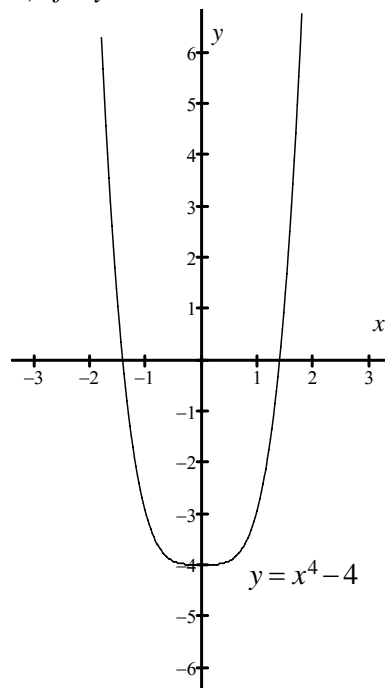
d)  $f : y = 2(x+2)^6 - 1$

### ŘEŠENÍ:

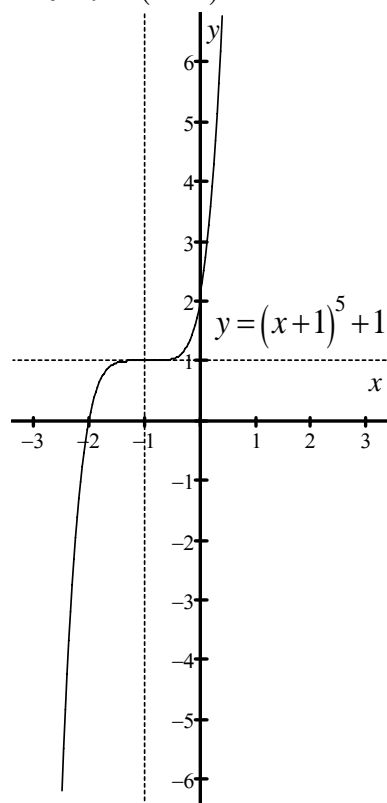
a)  $f : y = (x-2)^3$



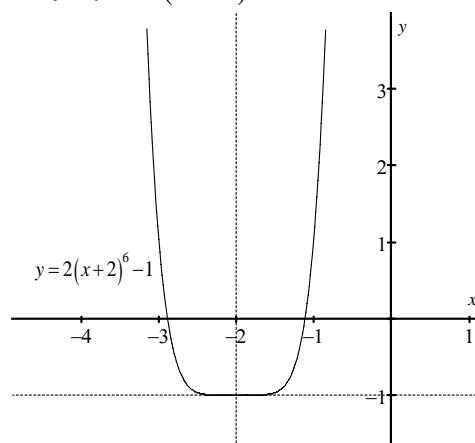
b)  $f : y = x^4 - 4$



c)  $f : y = (x+1)^5 + 1$



d)  $f : y = 2(x+2)^6 - 1$



### Strategie:

a) graf funkce  $y = x^3$   
posuneme o 2 dílky doprava

b) graf funkce  $y = x^4$   
posuneme o 4 dílky dolů

c) graf funkce  $y = x^5$   
posuneme o 1 dílek doleva a  
o 1 dílek nahoru

d) graf funkce  $y = 2x^6$   
posuneme o 2 dílky doleva  
a o 1 dílek dolů

## 1.2. Sestroj grafy funkcí

a)  $f: y = (x-1)^{-3}$

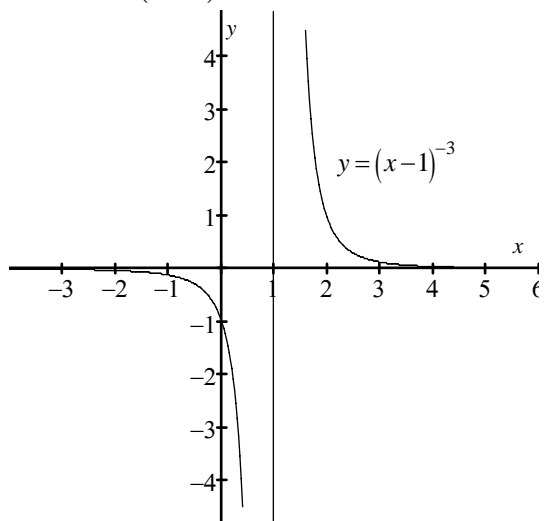
b)  $f: y = x^{-4} - 2$

c)  $f: y = (x+2)^{-5} - 1$

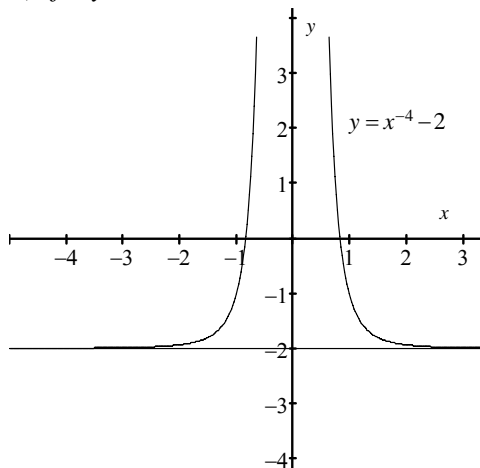
d)  $f: y = 2(x+1)^{-6} + 1$

## ŘEŠENÍ:

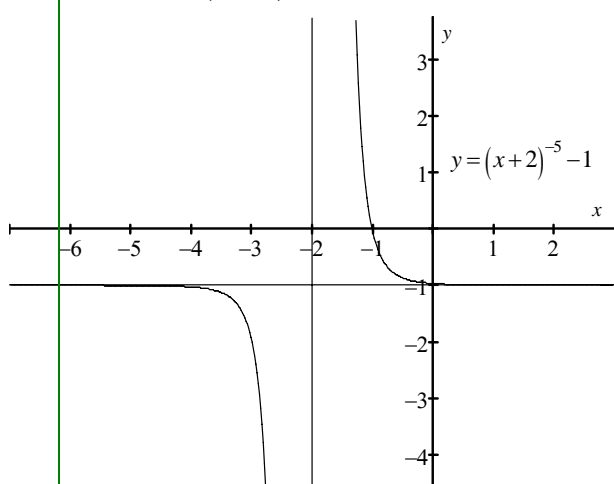
a)  $f: y = (x-1)^{-3}$



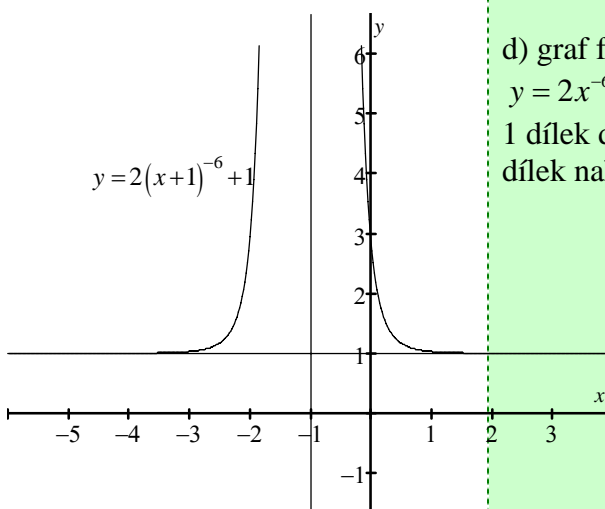
b)  $f: y = x^{-4} - 2$



c)  $f: y = (x+2)^{-5} - 1$



d)  $f: y = 2(x+1)^{-6} + 1$



Pro všechna  $n \in \mathbb{Z}$   
platí:

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Strategie:

a) graf funkce  $y = x^{-3}$   
posuneme o 1 dílek  
doprava

b) graf funkce  $y = x^{-4}$   
posuneme o 2 dílky  
dolů

c) graf funkce  $y = x^{-5}$   
posuneme o 2 dílky  
doleva a o 1 dílek  
dolů

d) graf funkce  
 $y = 2x^{-6}$  posuneme o  
1 dílek doleva a o 1  
dílek nahoru

## 1.3. Sestroj grafy funkcí

a)  $f: y = \sqrt{x+4}$

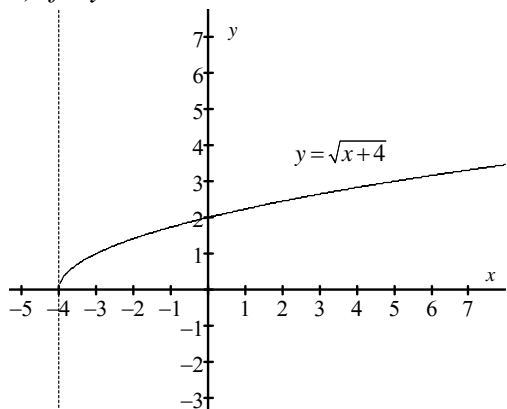
b)  $f: y = x^{\frac{1}{4}} - 4$

c)  $f: y = \sqrt[3]{x+2} - 2$

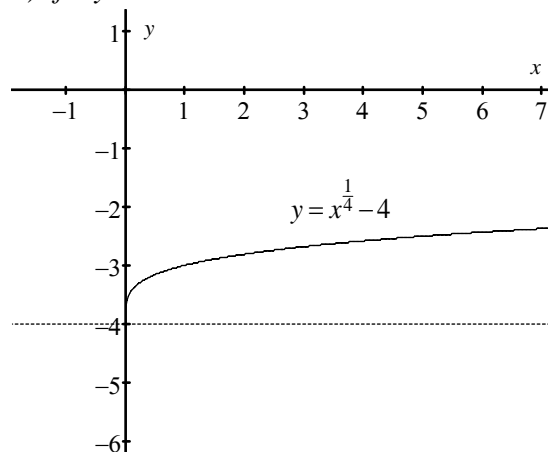
d)  $f: y = 2(x+3)^{\frac{1}{6}} - 2$

## ŘEŠENÍ:

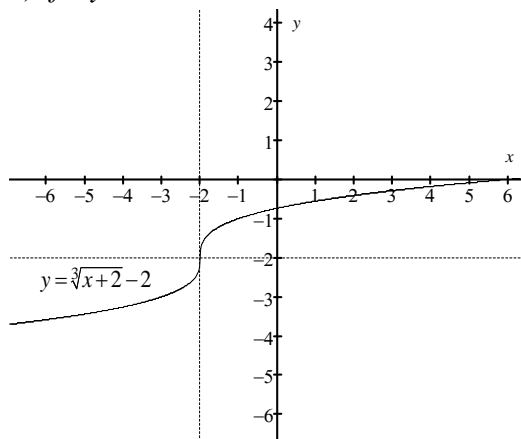
a)  $f: y = \sqrt{x+4}$



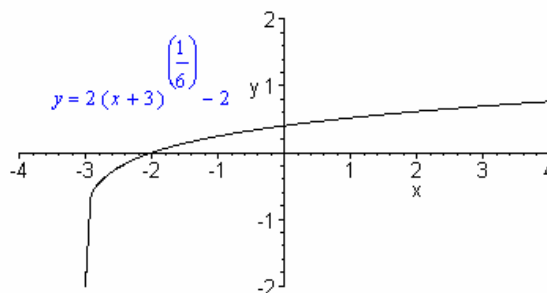
b)  $f: y = x^{\frac{1}{4}} - 4$



c)  $f: y = \sqrt[3]{x+2} - 2$



d)  $f: y = 2(x+3)^{\frac{1}{6}} - 2$



Platí:

$$x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{N}$$

Pozor! Lichá odmocnina je podle některých učebnic definována jen na intervalu  $\langle 0; \infty \rangle$ , podle jiných učebnic na celém  $\mathbb{R}$ .

Strategie:

a) graf funkce

$$y = \sqrt{x}$$

posuneme o 4  
dílky doleva

b) graf funkce

$$y = \sqrt[4]{x}$$

posuneme o 4  
dílky dolů

c) graf funkce

$$y = \sqrt[3]{x}$$

posuneme o 2  
dílky doleva a o  
2 dílky dolů

d) graf funkce

$$y = 2\sqrt[6]{x}$$

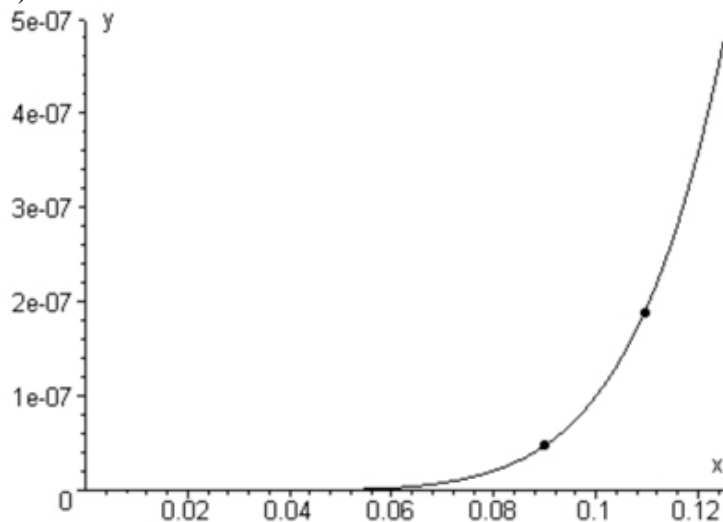
posuneme o 3  
dílky doleva a o  
2 dílky dolů

1.4. Urči pomocí grafu, která hodnota je větší:

a)  $\left(\frac{1}{9}\right)^7, \left(\frac{1}{11}\right)^7$ , b)  $(-1,3)^4, (-1,5)^4$

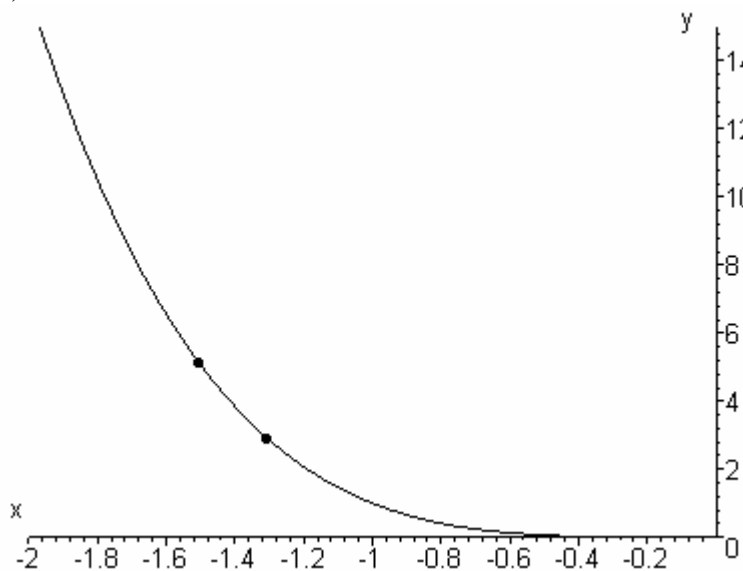
### ŘEŠENÍ:

a)



$$\left(\frac{1}{9}\right)^7 > \left(\frac{1}{11}\right)^7$$

b)



$$(-1,3)^4 < (-1,5)^4$$

Strategie:

a) Sestrojíme graf funkce  $y = x^7$ . Na grafu najdeme funkční hodnoty pro  $x = \frac{1}{9}$  a  $x = \frac{1}{11}$ . Funkční hodnoty porovnáme.

b) Sestrojíme graf funkce  $y = x^4$ . Na grafu najdeme funkční hodnoty pro  $x = -1,3$  a  $x = -1,5$ . Funkční hodnoty porovnáme.

1.5. Urči koeficienty  $a, b$  tak, aby graf funkce  $f : y = ax^5 + b$  procházel body  $A[2;44], B[-1;-22]$ . Rozhodni, zda na grafu funkce leží body  $C[1;-18], D[-2;44]$ .

**ŘEŠENÍ:**

$$A \in f \Rightarrow 44 = a \cdot 2^5 + b$$

$$B \in f \Rightarrow -22 = a \cdot (-1)^5 + b$$

$$32a + b = 44$$

$$\underline{-a + b = -22}$$

$$33a = 66 \Rightarrow a = 2, b = -20 \Rightarrow f : y = 2 \cdot x^5 - 20$$

$$C[1;-18]: -18 = -18 \Rightarrow C \in f$$

$$D[-2;44]: 44 \neq -84 \Rightarrow D \notin f$$

Dosazením bodů  $A$  a  $B$  do vyjádření funkce získáme 2 lineární rovnice se dvěma neznámými  $a$  a  $b$ . Tyto neznámé lehce vypočteme a dostaneme předpis funkce. Dosazením bodů  $C$  a  $D$  zjistíme, že  $C$  na grafu funkce leží,  $D$  nikoli.

1.6. Urči definiční obor funkce  $f : y = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

1.7. Urči definiční obor a obor hodnot funkce  $f : y = \sqrt[4]{x^2 - 4} - 3$

**ŘEŠENÍ:**

6.  $D(f) = \langle 1; 3 \rangle$

7.  $D(f) = (-\infty; -2) \cup \langle 2; \infty \rangle, H(f) = \langle -3; \infty \rangle$

*Otázky, které mohou padnout při maturitní zkoušce:*

- 1) Definuj mocninnou funkci pro kladný exponent a popiš její vlastnosti.
- 2) Definuj mocninnou funkci pro záporný exponent a popiš její vlastnosti.
- 3) Definuj odmocninnou funkci a popiš její vlastnosti.
- 4) Jaký je vztah mezi funkcí mocninnou a odmocninnou?